

一様な媒質で発生する Bremsstrahlung は、物質原子による吸収、screening を考慮すると次式で大まかに評価される。

$$N(\hbar\omega) = \frac{16}{3}\sigma_0\rho \frac{\ln(183Z^{-\frac{1}{3}}\mu^{\frac{1}{2}})}{\mu} \frac{\Delta\hbar\omega}{\hbar\omega} \bar{L} f(U_L\Delta\theta);$$

$$\mu = 1 + \left(\frac{\hbar\omega_p}{\hbar\omega}\right)^2 \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2, \quad \omega_p: \text{物質のプラズマ振動数} \quad \dots \text{screening 補正項}$$

$$U_L = \frac{E}{\sqrt{m^2c^4 + E_s^2 \frac{L}{L_R}}}, \quad E_s \approx 21 \text{ [MeV]} \quad \dots 1/\gamma \text{ 広がり} + \text{ビーム発散効果}$$

$$f(x) \simeq \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases} \quad \dots \text{放射は cone 内に一様に分布と仮定}$$

ここで、

$$\sigma_0 = \alpha Z^2 r_0^2 \approx Z^2 \times 5.79 \times 10^{-28} \text{ [cm}^2\text{]},$$

$\rho$ : 原子個数密度,

$L$ : 物質の厚さ,  $L_a$ : 吸収長,  $L_R$ : 放射長,  $\bar{L} = \min(L, L_a)$ ,

$$L_a = \frac{1}{\sigma_K \rho} = \frac{1}{4\sqrt{2}} \frac{1}{\sigma_T \alpha^4 Z^5 \rho} \left(\frac{\hbar\omega}{mc^2}\right)^{\frac{7}{2}}, \quad \sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_0^2 \approx 6.65 \times 10^{-25} \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m}}, \quad n: \text{電子個数密度} \quad \Rightarrow \quad \hbar\omega_p = 4\pi \sqrt{\frac{\alpha (\hbar c)^3 Z \rho}{mc^2}}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi \hbar c} \approx \frac{1}{137}, \quad \hbar c \approx 1.97 \times 10^{-8} \text{ [keV} \cdot \text{cm]}$$

cone 内をすべて積分する  $\Rightarrow f = 1$

として、計算を簡略化

物質名	Z	A	密度 [g/cm <sup>3</sup> ]
Be	4	9.01	1.84
C (ダイヤモンド)	6	12.01	3.51
Al	13	26.98	2.69
Si	14	28.09	2.34
Ti	22	47.87	4.54
Fe	26	55.85	7.86
Cu	29	63.55	8.93
W	74	183.84	19.1
Pt	78	195.08	21.37

物質の誘電率は  $\varepsilon = \varepsilon_0(1 + \chi)$  で表される。(  $\varepsilon_0$ : 真空の誘電率、  $\chi$ : 電気感受率 )

X線領域では

$$\chi(\mathbf{r}) = -\frac{e^2}{m\omega^2\varepsilon_0}\rho(\mathbf{r}), \quad \rho(\mathbf{r}) : \text{電子密度分布}$$

となり、  $\chi$  は負である。すなわち、屈折率が1より小さい。

⇒ 可視光とは逆で、疎 → 密の面で全反射が起こる。

臨界角  $\theta_c$  は

$$\theta_c[\text{mrad}] = 2.99 \times 10^{-14} \sqrt{N [\text{m}^{-3}]} \lambda[\text{nm}] = 3.70 \times 10^{-14} \sqrt{N [\text{m}^{-3}]} \frac{1}{\hbar\omega [\text{keV}]}$$

シリコン単結晶 (  $Z=14$ ,  $A=28.09$ ,  $\rho=2.34[\text{g}/\text{cm}^3]$  ) の場合、

$$\theta_c[\text{mrad}] = \frac{31.0}{\hbar\omega [\text{keV}]}$$

$\theta_c = 4[\text{mrad}]$  にセットアップした場合、ターゲットとなるのは  $7.75[\text{keV}]$  以下のエネルギーのX線である。